

名校调研系列卷·九年级期中测试 数学(人教版)

题号	一	二	三	四	五	六	总分
得分							

得分	评卷人

一、选择题(每小题2分,共12分)

1. 抛物线 $y = 3x^2 + 2$ 的顶点坐标是 ()
 A. (3, 2) B. (0, 2) C. (2, 0) D. (0, 0)
2. 下列环保标志图案既是轴对称图形, 又是中心对称图形的是 ()



A



B

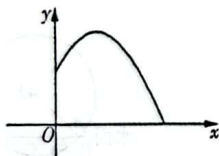


C

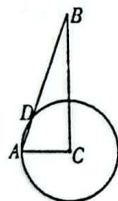


D

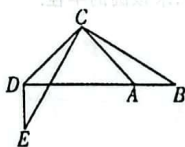
3. 广东春季是流感的高发时期, 某校4月初有一人患了流感, 经过两轮传染后, 共25人患流感, 假设每轮传染中平均每人传染 x 人, 则可列方程 ()
 A. $1 + x + x^2 = 25$ B. $x + x^2 = 25$
 C. $(1 + x)^2 = 25$ D. $x + x(1 + x) = 25$
4. 如图, 实心球运动的高度 $y(m)$ 与水平距离 $x(m)$ 之间的函数关系式是 $y = -(x-1)^2 + 4$, 则该同学此次投掷实心球的成绩是 ()
 A. 2m B. 3m C. 3.5m D. 4m



(第4题)



(第5题)



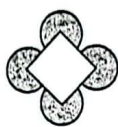
(第6题)

5. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle B = 20^\circ$, 以 C 为圆心, CA 为半径的圆交 AB 于点 D , 则 \widehat{AD} 所对的圆心角的度数为 ()
 A. 30° B. 40° C. 45° D. 50°
6. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 135^\circ$, 把 $\triangle ABC$ 绕点 C 顺时针旋转得到 $\triangle DEC$, 若点 D , A , B 恰好都在一条直线上, 则下列结论错误的是 ()
 A. $ED \perp BD$ B. $\triangle ABC \cong \triangle DEC$
 C. $AD = \sqrt{2}CD$ D. $BD = CE + DE$

得分	评卷人

二、填空题(每小题3分,共24分)

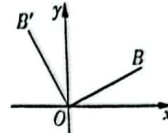
7. 点 $M(-3, 2)$ 关于原点对称的点的坐标是 _____.
8. 如图所示的图形绕其中心至少旋转 _____ 度就可以与原图形完全重合.



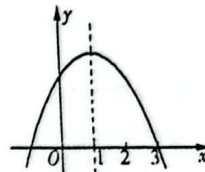
(第8题)



(第12题)



(第13题)



(第14题)

9. 二次函数 $y = -3(x+1)^2$ 的最大值为 _____.
10. 若 $\odot O$ 的半径为 2cm, 则 $\odot O$ 最长的弦长为 _____ cm.
11. 配方法解一元二次方程 $x^2 - 6x = 1$ 时, 可将原方程配方成 $(x-m)^2 = n$, 则 $m+n$ 的值是 _____.
12. 如图, A, B, C 是 $\odot O$ 上三点, 若 $\angle AOB = 140^\circ$, 则 $\angle ACB =$ _____.
13. 如图, 在平面直角坐标系中, 点 B 的坐标为 $(8, 4)$, 连接 OB , 将 OB 绕点 O 逆时针旋转 90° , 得到 OB' , 则点 B' 的坐标为 _____.
14. 如图, 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象过点 $(3, 0)$, 对称轴为直线 $x = 1$, 则下列结论: ① $abc < 0$; ② 方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的两个根是 $x_1 = -1, x_2 = 3$; ③ 当 $x < 1$ 时, y 随着 x 的增大而增大; ④ $4a + 2b + c < 0$, 其中正确的结论是 _____ (填写序号).

得分	评卷人

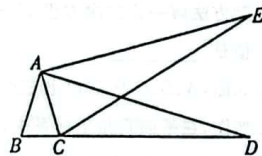
三、解答题(每小题5分,共20分)

15. 用适当的方法解方程: $x^2 - 2x - 8 = 0$.

考 生	
座位序号	

16. 已知二次函数 $y = ax^2 (a \neq 0)$ 的图象经过点 $(2, -1)$, 求该函数的解析式及对称轴.

17. 如图, 在 $\triangle ABD$ 中, $\angle BAD = 90^\circ$, 将 $\triangle ABD$ 绕点 A 逆时针旋转后得到 $\triangle ACE$, C 点落在 BD 边上, 若 $\angle E = 17^\circ$, 求 $\angle BAC$ 的度数.



(第 17 题)

18. 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y = ax^2 - (a+4)x + 3$ 经过点 $(2, -3)$.

(1) 求此抛物线的解析式;

(2) 当 $1 < x < 5$ 时, 直接写出 y 的取值范围.

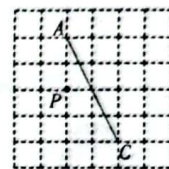
得分	评卷人

四、解答题(每小题 7 分, 共 28 分)

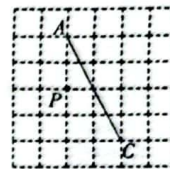
19. 如图, 在 6×6 的正方形网格纸中, 已知格点 P 和格点线段 AC , 请按要求画出以 AC 为对角线的格点四边形(顶点均在格点上), 且点 P 在四边形的内部(不包括边界上).

(1) 在图①中画出一个四边形 $ABCD$, 使得四边形 $ABCD$ 是中心对称图形;

(2) 在图②中画出一个四边形 $AECF$, 使得点 P 落在四边形某一边的中垂线上.



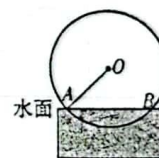
图①



图②

(第 19 题)

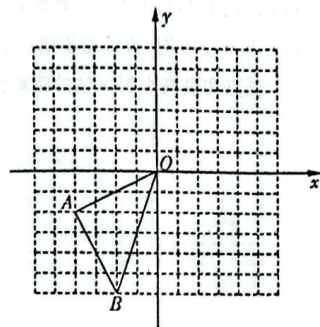
20. “筒车”是一种以水流作动力, 取水灌田的工具, 如图, “筒车”盛水筒的运行轨迹是以轴心 O 为圆心的圆. 已知圆心 O 始终在水面上方, 且当圆被水面截得的弦 AB 为 6 米时, 水面下盛水筒的最大深度为 1 米(即水面下方部分圆上的一点距离水面的最大距离), 求该圆的半径.



(第 20 题)

21. 如图, 方格纸中每个小正方形的边长都是 1 个单位长度, 在方格纸中建立如图所示的平面直角坐标系, $\triangle OAB$ 的顶点都在格点上, 已知点 $A(-1, -2)$, $B(-2, -3)$.

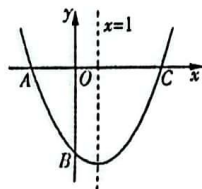
- (1) 将 $\triangle OAB$ 向右平移 4 个单位长度得到 $\triangle OA_1B_1$, 请画出 $\triangle OA_1B_1$;
 (2) 将 $\triangle OAB$ 绕点 O 顺时针旋转 90° , 画出所得的 $\triangle OA_2B_2$.



(第 21 题)

22. 若二次函数 $y = \frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 的图象经过点 $A(-2, 0)$, 其对称轴为直线 $x = 1$, 与 x 轴的另一个交点为 C , 与 y 轴交于点 B .

- (1) 点 C 的坐标为 _____;
 (2) 将二次函数的图象向下平移 5 个单位长度, 求平移后的二次函数的解析式.



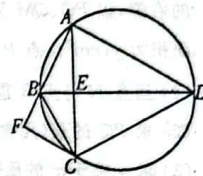
(第 22 题)

得分	评卷人

五、解答题(每小题 8 分, 共 16 分)

23. 如图, 圆内接四边形 $ABCD$ 的对角线 AC, BD 交于点 E , BD 平分 $\angle ABC$, $\angle BAC = \angle ADB$.

- (1) 求证: DB 平分 $\angle ADC$, 并求 $\angle BAD$ 的大小;
 (2) 过点 C 作 $CF \parallel AD$ 交 AB 的延长线于点 F , 若 $AC = AD$, $BF = 2$, 求此圆半径的长.



(第 23 题)

24. 阅读与理解:

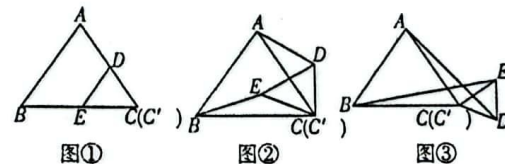
图①是边长分别为 a 和 b ($a > b$) 的两个等边三角形纸片 ABC 和 $C'DE$ 叠放在一起(点 C 与点 C' 重合)的图形.

操作与证明:

- (1) 操作: 固定 $\triangle ABC$, 将 $\triangle C'DE$ 绕点 C 按顺时针方向旋转 30° , 连接 AD, BE , 如图②, 在图②中, 线段 BE 与 AD 之间具有怎样的大小关系? 证明你的结论;
 (2) 操作: 若将图①中的 $\triangle C'DE$ 绕点 C 按顺时针方向任意旋转一个角度 α , 连接 AD, BE , 如图③, 在图③中, 线段 BE 与 AD 之间具有怎样的大小关系? 证明你的结论;

猜想与发现:

根据上面的操作过程, 请你直接写出当 α 为多少度时, 线段 AD 的长度最大, 最大是多少?



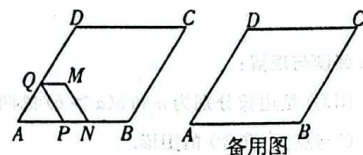
(第 24 题)

得分	评卷人

六、解答题(每小题 10 分,共 20 分)

25. 如图,在菱形 $ABCD$ 中, $\angle A = 60^\circ$, $AB = 4\text{cm}$. 点 P 从点 A 出发,以 2cm/s 的速度沿折线 $AB-BC$ 向终点 C 运动;同时点 Q 从点 A 出发,以相同的速度沿折线 $AD-DC$ 向终点 C 运动,连接 PQ ,过点 Q 作 AB 的平行线,并截取 $QM = \frac{1}{2}QP$,且点 M 在点 Q 的右侧,以 PQ, QM 为邻边作 $\square PQMN$,设 $\square PQMN$ 与菱形 $ABCD$ 重叠部分图形的面积为 $y(\text{cm}^2)$,点 P 的运动时间为 $x(\text{s})$ ($0 < x < 4$).

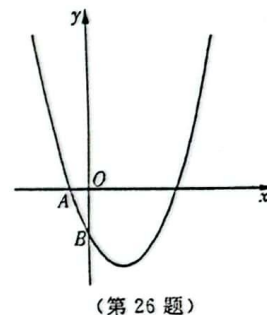
- (1) 当点 N 与点 B 重合时, x 的值为 _____;
- (2) 求 PQ 的长(用含 x 的代数式表示);
- (3) 求 y 关于 x 的函数关系式,并写出自变量 x 的取值范围.



(第 25 题)

26. 在平面直角坐标系中, O 为坐标原点,点 $A(-1,0)$, $B(0, -\frac{5}{2})$ 在抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 上,点 C 为该抛物线的顶点,点 P 为该抛物线上一点,其横坐标为 m .

- (1) 求该抛物线对应的函数关系式;
- (2) 连接 BP ,当 $BP \perp y$ 轴时,顺次连接点 A, B, C, P ,求四边形 $ABCP$ 的面积;
- (3) 当 $m > 0$ 时,设该抛物线在点 B 与点 P 之间(包含点 B 和点 P) 的部分图象的最低点和最高点到 x 轴的距离分别为 k, n ,若 $k - n = 2$,求 m 的取值范围.



(第 26 题)

参考答案

一、1. B 2. C 3. C 4. B 5. B 6. D

二、7. (3, -2) 8. 90 9. 0 10. 4 11. 13 12. 70 13. (-4, 8) 14. ①②③

三、15. 解: $x_1 = 4, x_2 = -2$.

16. 解: $y = -\frac{1}{4}x^2$, 对称轴为 y 轴.

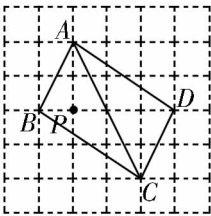
17. 解: $\angle BAC = 34^\circ$.

18. 解: (1) $y = x^2 - 5x + 3$.

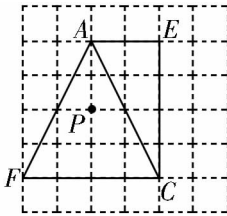
(2) $-\frac{13}{4} \leq y < 3$.

四、19. 解: (1) 如图 ①.

(2) 如图 ②.



图①

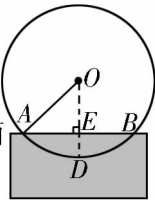


图②

(第 19 题)

20. 解: 如图, 作 $OD \perp AB$ 于点 E , 交 $\odot O$ 于点 D , 则 $AE = \frac{1}{2}AB =$

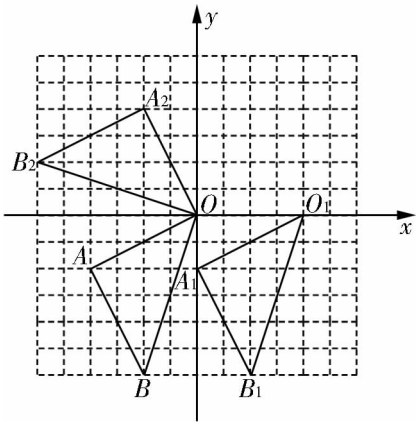
3 米, $DE = 1$ 米, 设圆的半径为 r 米, 在 $\text{Rt}\triangle AOE$ 中, $AE^2 + OE^2 = OA^2$, $\therefore 3^2 + (r-1)^2 = r^2$, 解得 $r = 5$, \therefore 该圆的半径为 5 米.



(第 20 题)

21. 解: (1) 如图, $\triangle O_1A_1B_1$ 即为所求.

(2) 如图, $\triangle OA_2B_2$ 即为所求.



(第 21 题)

22. 解: (1) (4, 0).

$$(2) y = \frac{1}{2}(x-1)^2 - \frac{19}{2}.$$

五、23. (1) 证明: $\because \angle BAC = \angle ADB, \angle BAC = \angle CDB, \therefore \angle ADB = \angle CDB, \therefore BD$ 平分 $\angle ADC$. $\because BD$ 平分 $\angle ABC, \therefore \angle ABD = \angle CBD, \therefore$ 四边形 $ABCD$ 是圆内接四边形, $\therefore \angle ABC + \angle ADC = 180^\circ, \therefore \angle ABD + \angle CBD + \angle ADB + \angle CDB = 180^\circ, \therefore 2(\angle ABD + \angle ADB) = 180^\circ, \therefore \angle ABD + \angle ADB = 90^\circ, \therefore \angle BAD = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$.

(2) 解: 圆的半径长是 4.

24. 解: (1) $BE = AD$. 证明: $\because \triangle C'DE$ 绕点 C 按顺时针方向旋转 $30^\circ, \therefore \angle BCE = \angle ACD = 30^\circ, \because \triangle ABC$ 与 $\triangle C'DE$ 是等边三角形, $\therefore CA = CB, CE = CD, \therefore \triangle BCE \cong \triangle ACD$ (SAS), $\therefore BE = AD$.

(2) $BE = AD$. 证明: $\because \triangle C'DE$ 绕点 C 按顺时针方向旋转的角度为 $\alpha, \therefore \angle BCE = \angle ACD = \alpha, \because \triangle ABC$ 与 $\triangle C'DE$ 是等边三角形, $\therefore CA = CB, CE = CD, \therefore \triangle BCE \cong \triangle ACD$ (SAS), $\therefore BE = AD$.

猜想与发现: 当 α 为 180° 时, 线段 AD 的长度最大, 等于 $a + b$.

六、25. 解: (1) $\frac{4}{3}$.

$$(2) PQ = \begin{cases} 2x (0 < x \leq 2), \\ 8 - 2x (2 < x < 4). \end{cases}$$

(3) 当 $0 < x \leq \frac{4}{3}$ 时, 可知 y 等于四边形

$PQMN$ 的面积, $\therefore y = x \cdot \sqrt{3}x = \sqrt{3}x^2$; 当

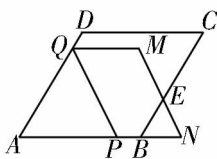
$\frac{4}{3} < x \leq 2$ 时, 如图 ①, 设 MN 与 BC 的交

点为 E , 由题意, 得 $BN = 3x - 4, \triangle BNE$ 为

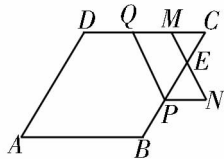
等边三角形, $\therefore y = S_{\square PQMN} - S_{\triangle BNE} = \sqrt{3}x^2 - \frac{\sqrt{3}}{4}(3x - 4)^2 = -\frac{5}{4}\sqrt{3}x^2 + 6\sqrt{3}x -$

$4\sqrt{3}$; 当 $2 < x < 4$ 时, 如图 ②, $y = S_{\square PQMN} - S_{\triangle EPN} = \sqrt{3}(4 - x)^2 - \frac{\sqrt{3}}{4}(4 - x)^2 =$

$$\frac{3\sqrt{3}}{4}(4 - x)^2. \text{ 综上所述, } y = \begin{cases} \sqrt{3}x^2 (0 < x \leq \frac{4}{3}), \\ -\frac{5}{4}\sqrt{3}x^2 + 6\sqrt{3}x - 4\sqrt{3} (\frac{4}{3} < x \leq 2), \\ \frac{3\sqrt{3}}{4}(4 - x)^2 (2 < x < 4). \end{cases}$$



图①



图②

(第 25 题)

26. 解: (1) $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x - \frac{5}{2}$.

(2) 9.

(3) ① 当 $0 < m < 2$ 时, $k = -\frac{1}{2}m^2 + 2m + \frac{5}{2}$, $n = \frac{5}{2}$, $\therefore k - n = 2$, $\therefore -\frac{1}{2}m^2 + 2m + \frac{5}{2} - \frac{5}{2} = 2$, 解得 $m_1 = m_2 = 2$ (舍去);

② 当 $2 \leq m \leq 4$ 时, $k = \frac{9}{2}$, $n = \frac{5}{2}$, $\therefore k - n = 2$, $\therefore m$ 的取值范围为 $2 \leq m \leq 4$;

③ 当 $4 < m < 5$ 时, $k = \frac{9}{2}$, $n = -\frac{1}{2}m^2 + 2m + \frac{5}{2}$, $\therefore k - n = 2$, $\therefore \frac{9}{2} - (-\frac{1}{2}m^2 + 2m + \frac{5}{2}) = 2$, 解得 $m_1 = 0$ (舍去), $m_2 = 4$ (舍去);

④ 当 $m \geq 5$ 时, $k = \frac{9}{2}$, $n = \frac{1}{2}m^2 - 2m - \frac{5}{2}$, $\therefore k - n = 2$, $\therefore \frac{9}{2} - (\frac{1}{2}m^2 - 2m - \frac{5}{2}) = 2$, 解得 $m_1 = 2 + \sqrt{14}$, $m_2 = 2 - \sqrt{14}$ (舍去).

综上所述, m 的取值范围为 $2 \leq m \leq 4$, $m = 2 + \sqrt{14}$.